

考虑陀螺效应的转子动力学相似准则

王永亮¹, 孙立权², 崔颖¹, 韩聿¹

(1. 大连海事大学 轮机工程学院, 大连 116026;

2. 哈尔滨电气集团 哈尔滨汽轮机厂有限责任公司, 哈尔滨 150046)

摘 要: 针对考虑陀螺力矩的转子系统缩尺相似模型与原型是否满足动力学相似的问题, 采用量纲分析法推导了考虑陀螺力矩的转子-简单支撑系统相似准则, 得到了模型与原型各物理量相似比. 通过求解不同相似比下 Jeffcott 转子系统临界转速的解析解, 和利用有限元软件 ANSYS 对某转子系统临界转速和振型相似性进行了数值模拟, 验证了所推导的考虑陀螺力矩转子系统相似准则的正确性. 研究表明: 考虑陀螺力矩、简单支撑和 Rayleigh 比例阻尼的转子系统, 在相似转速下缩尺模型与原型的固有频率具有相似性, 并且临界转速相似.

关键词: 转子动力学; 陀螺效应; 动力学相似; 固有频率; 临界转速

中图分类号: V228.5; TB123

文献标志码: A

Dynamics similarity of rotor dynamic with gyroscopic effect

WANG Yong-liang¹, SUN Li-quan², CUI Ying¹, HAN Yu¹

(1. Marine Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

2. Harbin Turbine Company Limited, Harbin Electric Corporation, Harbin 150046, China)

Abstract: In order to study the dynamics similarity of actual rotor system with gyroscopic effect similar to the corresponding scaled model, the dynamic similarity criteria for rotor-support system considering gyroscopic moment were derived by using dimensional analysis method, and the similarity ratios of physical variables of actual rotor system and model were obtained. And the correctness of dynamics similarity criteria of rotor system with gyroscopic effect was verified by solving the analytical solution of critical speed for a Jeffcott rotor system at different similarity ratios, and by studying the similarity of critical speeds and modes for an actual rotor system based on the finite element simulation software ANSYS. It shows that the natural frequency of actual rotor system is similar to its scaled model in similarity speed, and the critical speed is similar for rotor system considering gyroscopic moment, simple support and Rayleigh proportional damping.

Key words: rotor dynamic; gyroscopic effect; dynamics similarity; natural frequency; critical speed

转子是航空发动机、离心式或轴流式压气机、涡轮增压器等旋转机械的核心部件, 其动力学特性直接影响到机械设备运行安全性. 由于实际转子的复杂性或某些故障机理的未知性, 在实际转

子系统动力学设计阶段或分析轴系振动故障时, 采用模型试验方法研究转子动力学特性是十分必要的. 模型试验对于揭示转子动力学现象的科学规律和定性分析转子动力学特性起到了基础性作

收稿日期: 2015-02-03

基金项目: 国家自然科学基金(51436002, 11102050); 中央高校基本科研业务费专项资金(3132015026).

作者简介: 王永亮(1983—), 男, 甘肃庆阳人, 讲师, 博士, 主要从事转子动力学和旋转机械振动的研究.

E-mail: wangyl@dlmu.edu.cn

用,如果模型试验还能够定量反映原型的动力学特性,那么将对实际大型旋转机械转子动力学设计和分析的实践具有重要意义。

相似理论是转子模型与原型间结构参数和动力学特性定量关系研究的理论基础^[1]。相似理论已经在结构静力学和动力学中有了广泛的应用。王延忠等^[2]推导了立式加工中心立柱动力学相似法则,确定相似模型各物理量相似比,采用试验和有限元方法验证了相似法则正确性,研究结果表明大型复杂设备在设计阶段采用相似模型设计方法是可行的。模型试验技术常用于验证桥梁设计理论和确定桥梁复杂细节的受力状态,在桥梁结构工程中发挥了重要作用^[3-5]。模型试验的动力相似理论亦被广泛应用于高层建筑结构抗震试验研究中^[6-8]。

目前,对转子动力学相似问题的研究亦取得了一定的进展,胡培民^[9]理论分析了转子弯曲振动的试验相似律,研究表明,转子相似模型固有频率与其几何相似比成反比关系。文献^[10]通过对燃气轮机模块式氦冷反应堆(GT-MHR)轴系缩比模型进行试验,分析其支撑电磁轴承在整个工作转速范围内的冗余特性和在线维护功能,为柔性联轴器连接多跨转子的支撑电磁轴承的安装、运行和操作提供参考。

罗忠等^[11]基于相似理论,建立了转子-轴承系统的动力学相似规则,求解了相似因子,通过采用有限元法数值模拟验证了相似关系,考察了轴承参数对固有频率和振幅的影响。并基于量纲分析法和相似理论,建立了考虑接触变形、滚珠惯性载荷和油膜力等参数的滚动球轴承动力学相似关系,并通过实例分析验证了所建立相似关系的准确性^[12]。陈广凯等^[13]采用方程分析法,建立了考虑转子非线性刚度和局部碰摩的单盘转子系统相似关系,对比分析了满足所推导相似性关系的转子系统位移响应随转速的霍普夫分叉特性,结果表明,两相似转子分叉图趋势一致,分叉转速比与相似比有关。

然而上述转子动力学相似研究中未考虑陀螺力矩对转子动力学特性,尤其是对临界转速的影响。从动力学方程角度看,转子动力学与结构动力学主要区别在于:①转子动力学方程中包含随转速变化的陀螺力矩阵;②转子支撑刚度和阻尼系数可能随转子转速变化(对于滑动轴承来说)。由此引出两个问题,一是陀螺效应对转子固有频率(或临界转速)相似性有何影响?二是相似理论是

否适用于滑动轴承支撑转子系统动力学特性分析?

本文针对第一个问题进行探讨,分析考虑陀螺效应的转子动力学相似规律。首先作如下假设:①支撑刚度和支撑阻尼系数不随转轴转速变化,且不考虑交叉刚度;②转轴结构阻尼满足 Rayleigh 比例阻尼假设。在以上两点假设前提下,本文利用量纲分析法导出考虑陀螺力矩的转子系统相似准则,给出转子系统模型与原型各个物理量相似比,分析 Jeffcott 转子系统不同相似比下临界转速解析解,并通过 ANSYS 软件对某转子系统不同相似比下临界转速和振型进行数值仿真,以验证所给出的考虑陀螺力矩转子动力学相似准则的正确性。

1 考虑陀螺力矩的转子系统相似理论

根据转子-轴承系统动力学理论,轴系动力学方程为

$$\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{u}}\} + (\mathbf{C} + \Omega \mathbf{J})\{\dot{\mathbf{u}}\} + \mathbf{K}\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{F}(t)\}$$

其中 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{J}$ 和 $\mathbf{K}$ 分别为质量矩阵、阻尼矩阵、转动惯量矩阵和刚度矩阵, $\{\mathbf{u}\}$ 和 $\{\mathbf{F}(t)\}$ 分别为位移向量和力向量。

满足以上条件的转子系统的物理量共有 12 个,分别为弹性模量 E 、材料密度 ρ 、几何尺寸 b 、激振力幅值 F_0 、时间 t 、阻尼比 ξ 、激振频率 ω_0 、固有频率 ω_n 、位移响应 u 、支承刚度系数 k 、支承阻尼系数 c 和转速 Ω 。对于线弹性范围转子系统振动,各物理量间的关系可表达为^[14]

$$D(E, \rho, b, F_0, t, \xi, \omega_0, \omega_n, u, k, c, \Omega) = 0 \quad (1)$$

选择力 F 、长度 L 和时间 T 作为基本量纲,根据相似理论,独立 π 准则的数量为 9 个。由相似第二定理可将式(1)转化为无量纲的相似准则 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_9$ 之间的函数为

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8, \pi_9) = 0$$

用 $a_1, a_2, \dots, a_{12}$ 分别代表物理量 $E, \rho, b, F_0, t, \xi, \omega_0, \omega_n, u, k, c$ 和 Ω 中的指数,则 π_i 的形式为

$$\pi_i = E^{a_1} \rho^{a_2} b^{a_3} F_0^{a_4} t^{a_5} \xi^{a_6} \omega_0^{a_7} \omega_n^{a_8} u^{a_9} k^{a_{10}} c^{a_{11}} \Omega^{a_{12}}$$

转子系统各物理量间量纲矩阵如表 1 所示。根据量纲矩阵,可得以下 3 个线性齐次代数方程:

量纲 F	$a_1 + a_2 + a_4 + a_{10} + a_{11} = 0$
量纲 L	$-2a_1 - 4a_2 + a_3 + a_9 - a_{10} - a_{11} = 0$
量纲 T	$2a_2 + a_5 - a_7 - a_8 + a_{11} - a_{12} = 0$

3 个方程无法解出 12 个未知数,将未知数中的 a_1, a_2, a_3 表达为 $a_4, a_5, \dots, a_{12}$ 的函数,则

表 1 各物理量间量纲矩阵

Table 1 Dimensional matrix of physical variables

量纲	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
F	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
L	-2	-4	1	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0
T	0	2	0	0	1	0	-1	-1	0	0	1	-1

$$a_1 = -a_4 + \frac{1}{2}a_5 - \frac{1}{2}a_7 - \frac{1}{2}a_8 - a_{10} + \frac{1}{2}a_{11} - \frac{1}{2}a_{12} \quad (2)$$

$$a_2 = -\frac{1}{2}a_5 + \frac{1}{2}a_7 + \frac{1}{2}a_8 - \frac{1}{2}a_{11} + \frac{1}{2}a_{12} \quad (3)$$

$$a_3 = -2a_4 - a_5 + a_7 + a_8 - a_9 - a_{10} + a_{12} \quad (4)$$

转子系统各物理量指数可以由 π 矩阵来表示,根据式(2)~式(4)将各个物理量指数列成表的形式,如表 2 所示.

由表 2 的 π 矩阵, 每一行代表无量纲乘积的一组指数, 因此可建立各独立的 9 个 π 准则, 如下所示:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \frac{F_0}{Eb^2}, \quad \pi_2 = \frac{t\sqrt{E}}{b\sqrt{\rho}}, \quad \pi_3 = \xi, \\ \pi_4 &= \frac{\omega_0 b\sqrt{\rho}}{\sqrt{E}}, \quad \pi_5 = \frac{\omega_n b\sqrt{\rho}}{\sqrt{E}}, \quad \pi_6 = \frac{u}{b}, \\ \pi_7 &= \frac{k}{bE}, \quad \pi_8 = c\sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad \pi_9 = b\Omega\sqrt{\frac{\rho}{E}}\end{aligned}$$

设模型与原型的 $E, \rho, b, F_0, t, \xi, \omega_0, \omega_n, u, k,$

c 和 Ω 的相似比分别为 $C_E, C_{\rho}, C_b, C_{F_0}, C_t, C_{\xi}, C_{\omega_0}, C_{\omega_n}, C_u, C_k, C_c, C_{\Omega}$. 根据相似定理, 缩比模型与原型相似, 则两者的各相似指标为 1, 可得

$$\frac{C_{F_0}}{C_E C_b^2} = 1, \quad \frac{C_t}{C_b} \sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}} = 1, \quad C_\xi = 1,$$

$$C_b C_{\omega_0} \sqrt{\frac{C_\rho}{C_E}} = 1, \quad C_b C_{\omega_n} \sqrt{\frac{C_\rho}{C_E}} = 1,$$

$$\frac{C_u}{C_b} = 1, \quad \frac{C_k}{C_b C_E} = 1,$$

$$C_c \sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}} = 1, \quad C_b C_\Omega \sqrt{\frac{C_\rho}{C_E}} = 1 \quad (5)$$

由式 $C_u/C_b=1$ 可知,模型与原型位移响应振幅之比等于几何相似比,因此,模型与原型各阶归一化固有振型一致.

对于转子系统模型设计,如果已知几何相似比 C_b 、密度相似比 C_ρ 、弹性模量相似比 C_E ,则其他物理量相似比如表 3 所示.

由表 3 可知,在几何、密度和弹性模量相似比确定的情况下,转速相似比和固有频率相似比相等,即模型在 ΩC_Ω 转速下固有频率等于原型在 Ω 转速下固有频率的 C_{ω_n} (即 C_Ω) 倍,因此,模型的临界转速必然为原型的 C_{ω_n} (或 C_Ω) 倍.

表 2 转子系统的 π 矩阵
Table 2 π matrix of rotor system

[illegible]

表 3 转子系统模型与原型各物理量的相似比
Table 3 Similarity ratios of physical variables of actual rotor system and its model

参数	相似比	参数	相似比
激振力幅值	$C_{F_0}=C_EC_b^2$	位移响应	$C_u=C_b$
时间	$C_t=C_b\sqrt{\frac{C_\rho}{C_E}}$	刚度系数	$C_k=C_bC_E$
激励频率	$C_{\omega_0}=\frac{1}{C_b}\sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}}$	阻尼系数	$C_c=\sqrt{\frac{C_\rho}{C_E}}$
固有频率	$C_{\omega_n}=\frac{1}{C_b}\sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}}$	转速	$C_\Omega=\frac{1}{C_b}\sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}}$

2 单盘转子系统临界转速相似验证

以 Jeffcott 转子系统^[15]为例,采用方程推导法导出并校核其动力学相似准则,验证上面所推导的转子动力学相似理论正确性。

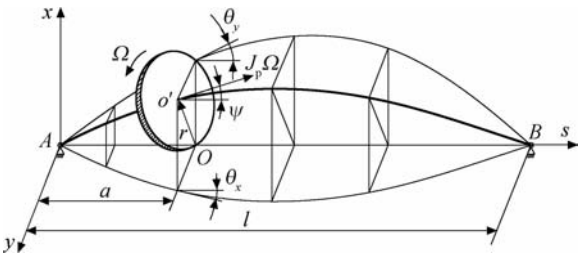


图 1 Jeffcott 转子系统示意图
Fig. 1 Schematic diagram of Jeffcott rotor system

图 1 为 Jeffcott 转子系统示意图,圆盘转速为 Ω ,外径为 D ,极转动惯量为 J_p ,直径转动惯量为 J_d ,质量为 m . 转轴截面为圆形,直径为 d ,不考虑转轴质量,只考虑其刚度. A 和 B 为转子的两支点,转轴跨距为 l ,圆盘至左支点距离为 a ,转轴和圆盘弹性模量为 E ,复数 $z=x+iy, \psi=\theta_y-i\theta_x$ 分别为圆盘的横向位移和转角,根据转子动力学理论可得以下振动微分方程:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{rr} & k_{r\psi} \\ k_{\psi r} & k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -J_p\Omega i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \{f(t)\}$$

其中

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{rr} & k_{r\psi} \\ k_{\psi r} & k_{\psi\psi} \end{bmatrix} = \frac{3\pi E d^4 l}{64 a^3 (l-a)^3} \cdot \begin{bmatrix} l^2 - 3al + 3a^2 & -a(l-a)(l-2a) \\ -a(l-a)(l-2a) & a^2(l-a)^2 \end{bmatrix}$$

$$J_p = \frac{mD^2}{8}, \quad J_d = \frac{J_p}{2}$$

该转子系统的频率方程为

$$\begin{vmatrix} -\omega_n^2 m + k_{rr} & k_{r\psi} \\ k_{\psi r} & -\omega_n^2 J_d + k_{\psi\psi} + \omega_n J_p \Omega \end{vmatrix} = 0$$

整理后可得

$$\begin{aligned} & \left[-\omega_n^2 + \frac{3\pi E d^4 l (l^2 - 3al + 3a^2)}{64 m a^3 (l-a)^3} \right] \times \\ & \left[-\omega_n^2 + \frac{3\pi E d^4 l}{4 m D^2 a (l-a)} + 2\omega_n \Omega \right] - \\ & \frac{9\pi^2 E^2 d^8 l^2 (2a-l)^2}{256 m^2 D^2 a^4 (l-a)^4} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)是转盘固有频率 ω_n 的四次方程,由于陀螺力矩的影响,转子有 4 个固有频率。

设单盘转子原型参数为 $l_p, d_p, D_p, a_p, m_p, E_p, \omega_{np}, \Omega_p$, 模型参数为 $l_m, d_m, D_m, a_m, m_m, E_m, \omega_{nm}, \Omega_m$.

模型与原型参数满足如下相似关系:

$$\begin{aligned} l_m &= C_b l_p, \quad d_m = C_b d_p, \quad D_m = C_b D_p, \\ a_m &= C_b a_p, \quad m_m = C_b^3 C_\rho m_p, \quad E_m = C_E E_p, \\ \omega_{nm} &= C_{\omega_n} \omega_{np}, \quad \Omega_m = C_\Omega \Omega_p \end{aligned} \quad (7)$$

可写出模型的频率方程为

$$\begin{aligned} & \left[-\omega_{nm}^2 + \frac{3\pi E_m d_m^4 l_m (l_m^2 - 3a_m l_m + 3a_m^2)}{64 m_m a_m^3 (l_m - a_m)^3} \right] \times \\ & \left[-\omega_{nm}^2 + \frac{3\pi E_m d_m^4 l_m}{4 m_m D_m^2 a_m (l_m - a_m)} + 2\omega_{nm} \Omega_m \right] - \\ & \frac{9\pi^2 E_m^2 d_m^8 l_m^2 (2a_m - l_m)^2}{256 m_m^2 D_m^2 a_m^4 (l_m - a_m)^4} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

将式(7)代入上式并整理后可得

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{C_l^2 C_{\omega_n}^2}{C_E} \omega_{np}^2 + \frac{3\pi E_p d_p^4 l_p (l_p^2 - 3a_p l_p + 3a_p^2)}{64 m_p a_p^3 (l_p - a_p)^3} \right] \times \\ & \left[-\frac{C_l^2 C_{\omega_n}^2}{C_E} \omega_{np}^2 + \frac{3\pi E_p d_p^4 l_p}{4 m_p D_p^2 a_p (l_p - a_p)} + \right. \\ & \left. \frac{C_l^2 C_{\omega_n} C_\Omega}{C_E} 2\omega_{np} \Omega_p \right] - \frac{9\pi^2 E_p^2 d_p^8 l_p^2 (2a_p - l_p)^2}{256 m_p^2 D_p^2 a_p^4 (l_p - a_p)^4} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

考虑原型必然满足式(6),对比式(9)与式(6)可得如下关系:

$$\frac{C_b^2 C_{\omega_n}^2}{C_E} = \frac{C_b^2 C_{\omega_n} C_\Omega}{C_E} = 1$$

即

$$C_{\omega_n} = C_\Omega = \frac{\sqrt{C_E}}{C_l}$$

可见,对于单盘转子系统,转速为原型转速 $\sqrt{C_E}/C_b$ 倍模型的固有频率与原型固有频率具有相似特性,相似比为 $C_{\omega_n} = \omega_{nm}/\omega_{np} = \sqrt{C_E}/C_b$.

以下为实例验证：

Jeffcott 转子系统原型参数如表 4 所示,表 5 为不同弹性模量相似比、几何相似比下临界转速值,可以看出,Jeffcott 转子临界转速比与几何相似比呈反比,而与弹性模量相似比开方呈正比。

图 2 为对应 Campbell 图,图中 ω_{ni} 为 i 阶固有频率, ω_{cri} 为 i 阶临界转速,Jeffcott 转子模型与

表 4 原型转子系统参数

Table 4 Parameters of the actual rotor system

名称	数值
圆盘质量 m/kg	20
圆盘直径 D/mm	240
转轴跨距 l/mm	750
转轴直径 d/mm	30
圆盘至左支点距离 a/mm	250
弹性模量 E/MPa	205 800

表 5 不同参数相似比下临界转速值

Table 5 Critical speed with different similarity ratios

方案	弹性模量相似比	几何相似比	1 阶临界转速 $\omega_{cr1}/(\text{rad/s})$	2 阶临界转速 $\omega_{cr2}/(\text{rad/s})$	3 阶临界转速 $\omega_{cr3}/(\text{rad/s})$
1	1.00	1	237.2	244.4	845.0
2	1.00	2	118.6	122.2	422.5
3	1.00	5	47.4	48.9	169.0
4	0.81	2	106.7	344.4	380.2
5	1.21	2	130.5	268.9	464.7

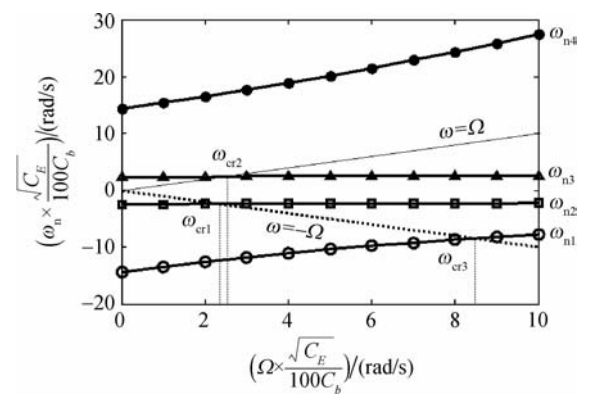


图 2 Jeffcott 转子系统 Campbell 图

原型的 Campbell 图具有相似性,各阶固有频率符合转速为原型转速 $\sqrt{C_E}/C_b$ 倍模型的固有频率与原型固有频率具有相似特性,相似比为 $C_{\omega_n} = \omega_{nm}/\omega_{np} = \sqrt{C_E}/C_b$ 的结论,且临界转速相似比满足 $C_{\omega_{cr}} = \sqrt{C_E}/C_b$ 相似律。

3 多盘转子系统临界转速相似验证

大型有限元分析 ANSYS 软件已能较为方便地对转子进行一维梁单元、二维轴对称单元和三维实体单元建模,已被应用于实际转子系统临界转速和振型分析中^[16-18]。本节采用 ANSYS 软件对某试验转子系统^[19]在不同几何相似比、转子材料弹性模量相似比、材料密度相似比下对模型转子动力学特性进行数值仿真,获取各方案下临界转速和振型,进一步从转子系统多节点模型角度验证所推导的相似性准则的正确性。

图 3 为原型转子系统结构图,该转子 4 个轮盘通过锥套套装在转轴上,总长为 993 mm,跨距为 738 mm,总质量约为 168 kg。在分析中均假定两支撑点水平和竖直向支撑刚度为 $1 \times 10^8 \text{ N/m}$ 。

在有限元计算软件 ANSYS 中采用 SOLID272 广义轴对称单元,对转子进行准三维模型建模。利用 COMBI214 单元对支撑进行建模。

图 4 为原型转子系统前 6 阶弯曲振动固有频率随转子转速变化的 Campbell 图。表 6 为对应临界转速计算结果,可以看出,陀螺力矩对系统临界转速有较大的影响。图 5 为原型转子系统前 3 阶振型,均为转子弯曲振型。

图 6 为不同物理参数相似比下原型转子系统的 Campbell 图,由图可知,各方案下固有频率变化趋势相似,临界转速相似。表 7 为各方案下转子系统临界转速对比,可以看出,模型与原型临界转速相似比与密度相似比、弹性模量相似比和几何相似比相关,各参数相似比下转子系统的临界转速与通过原型推算出的临界转速误差最大为 0.77%,且临界转速相似比与固有频率相似比相等,为 $C_{\omega_{cr}} = \sqrt{C_E}/(\sqrt{C_\rho}C_b)$,与表 3 中相似比一致。

因此,ANSYS 仿真结果验证了考虑陀螺效应的转子动力学特性相似准则的正确性。

Fig. 2 Campbell diagram of Jeffcott rotor system

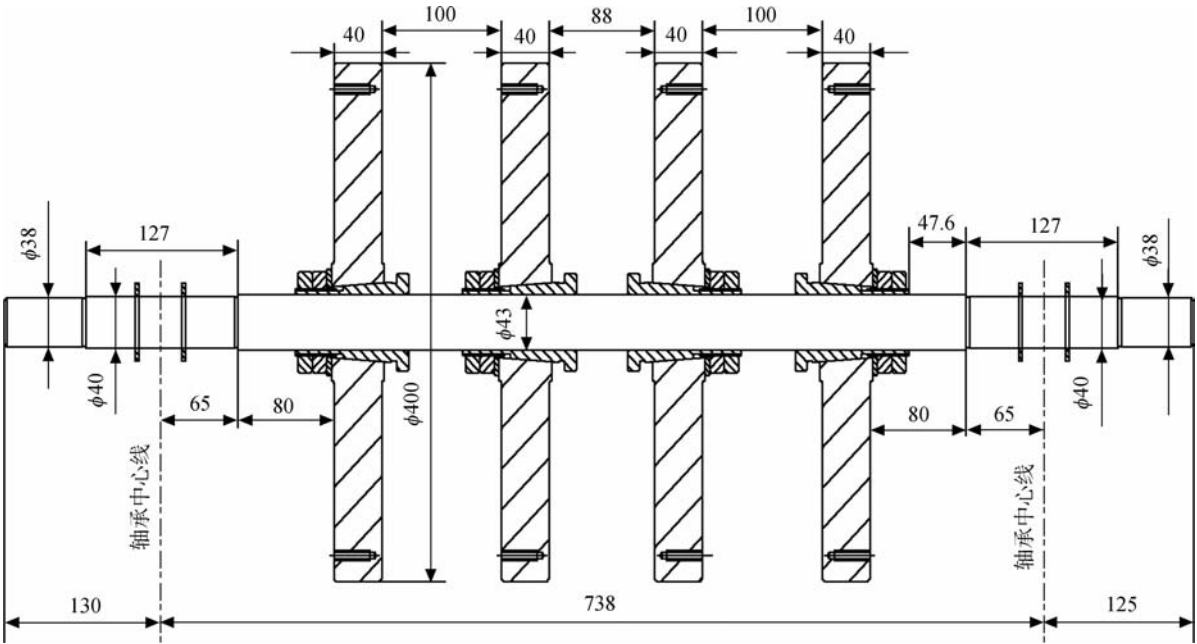


图 3 原型转子系统结构参数(单位:mm)

Fig. 3 Structural parameters of the actual rotor system (unit:mm)

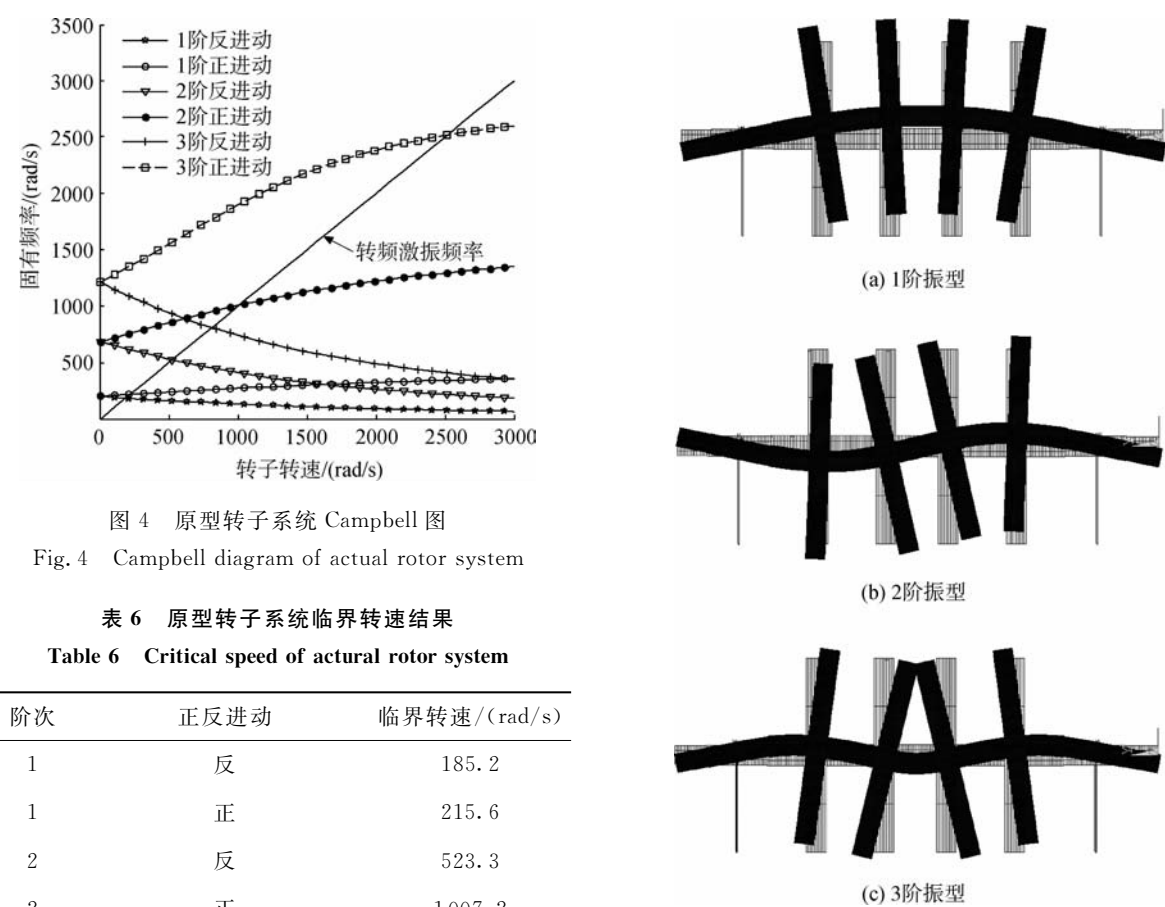


图 4 原型转子系统 Campbell 图

Fig. 4 Campbell diagram of actual rotor system

表 6 原型转子系统临界转速结果

Table 6 Critical speed of actual rotor system

阶次	正反进动	临界转速/(rad/s)
1	反	185.2
1	正	215.6
2	反	523.3
2	正	1 007.2
3	反	809.4
3	正	2 516.6

图 5 原型转子系统前 3 阶振型

Fig. 5 The first three vibration modes for actual rotor system

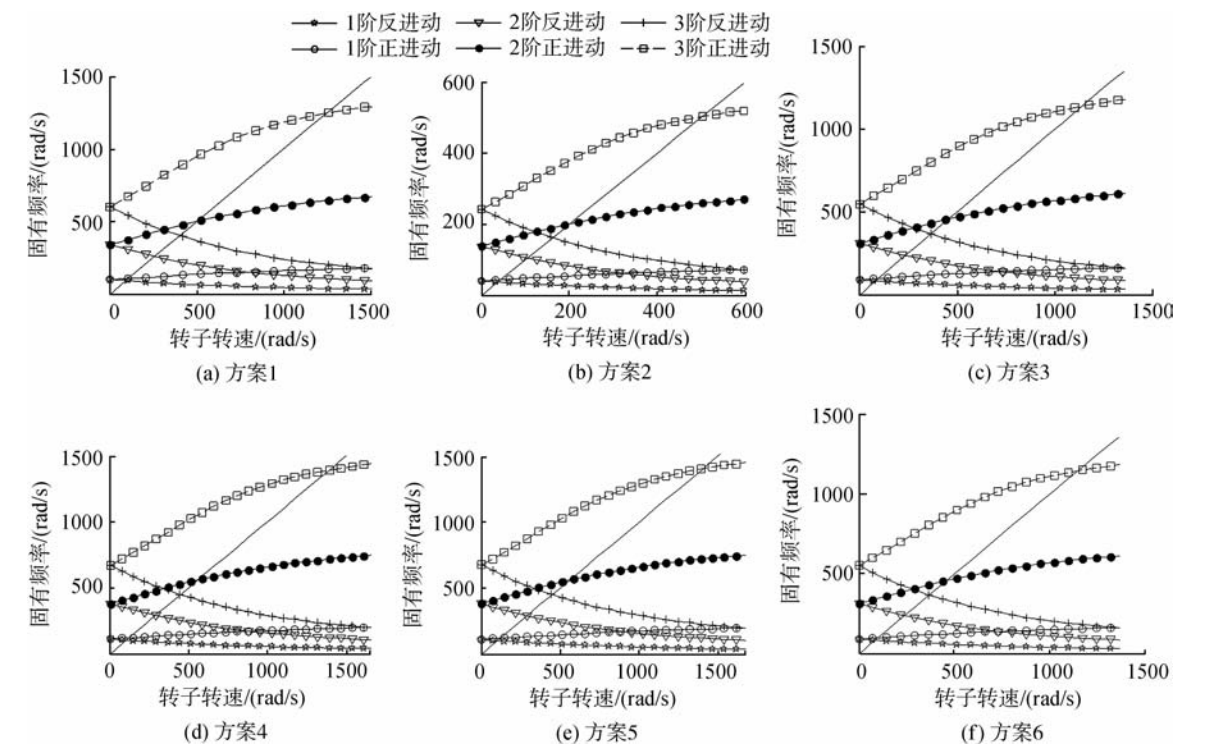


图 6 不同参数相似比下原型转子系统 Campbell 图

Fig. 6 Campbell diagram of the actual rotor system in different similarity ratios

表 7 不同参数相似比下转子临界转速对比

Table 7 Critical speed of rotor with different similarity ratios

方案	密度相似比	弹性模量相似比	几何相似比	各方案下临界转速/(rad/s)/(通过原型推算出的临界转速误差百分比/%)					
				1 阶反进动	1 阶正进动	2 阶反进动	2 阶正进动	3 阶反进动	3 阶正进动
0	1	1	1	185.2	215.6	523.3	1007.2	809.4	2516.6
1	1	1	2	92.2/(0.43)	107.2/(0.56)	260.8/(0.32)	500.8/(0.56)	402.7/(0.49)	1248.6/(0.77)
2	1	1	5	37.1/(0.16)	43.1/(0.05)	104.7/(0.04)	201.3/(0.07)	161.8/(0.05)	503.4/(0.02)
3	1	0.81	2	83.7/(0.43)	97.4/(0.39)	236.5/(0.43)	454.8/(0.34)	365.5/(0.35)	1138.8/(0.56)
4	1	1.21	2	102.2/(0.33)	119.0/(0.35)	288.9/(0.38)	556.0/(0.37)	446.7/(0.34)	1392.2/(0.58)
5	0.81	1	2	103.3/(0.40)	120.2/(0.35)	291.9/(0.41)	561.5/(0.35)	451.3/(0.36)	1406.1/(0.57)
6	1.21	1	2	84.5/(0.38)	98.3/(0.31)	238.9/(0.44)	459.4/(0.35)	369.2/(0.35)	1150.3/(0.56)

4 结 论

本文推导了满足支撑刚度系数和阻尼系数不随转速变化和结构阻尼为 Rayleigh 比例阻尼的转子系统,在考虑陀螺力矩时动力学相似准则,通过实例进行了验证,得到以下结论:

- 1) 考虑陀螺效应的两几何相似转子,其动力学特性具有相似性.
- 2) 陀螺效应使得几何相似模型在转速 Ω/C_l $\sqrt{C_E/C_\rho}$ 的固有频率与原型转速 Ω 的固有频率相

似,相似比为 $\frac{1}{C_b}\sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}}$.

3) 具有几何相似模型临界转速与原型临界转速具有相似特性,其相似比亦为 $\frac{1}{C_b}\sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}}$.

参考文献:

[1] 杨俊杰.相似理论与结构模型试验[M].武汉:武汉理工大学出版社,2005.

[2] 王延忠,孙红梅.相似实验方法对机床立柱动力学研究[J].组合机床与自动化加工技术,2012(11):35-38.

- WANG Yanzhong, SUN Hongmei. Dynamic performance of the column of the machine tool with similar experimental method[J]. Modular Machine Tool and Automatic Manufacturing Technique, 2012(11): 35-38. (in Chinese)
- [3] 刘自明. 桥梁结构模型试验研究[J]. 桥梁建设, 1999(4): 1-7, 12.
- LIU Ziming. Test study of bridge structure models[J]. Bridge Construction, 1999(4): 1-7, 12. (in Chinese)
- [4] 汪存书, 郑和晖, 陈富强, 等. 龙河特大桥墩梁结合部模型试验设计[J]. 结构工程师, 2013, 29(5): 119-125.
- WANG Cunshu, ZHENG Hehui, CHEN Fuqiang, et al. Model design of the pier-beam joint in the Longhe super large bridge[J]. Structural Engineers, 2013, 29(5): 119-125. (in Chinese)
- [5] 曾婧, 王伟, 叶锡钧. 某新型索塔结构的力学性能模型试验与理论分析[J]. 科学技术与工程, 2012, 12(22): 5676-5679.
- ZENG Jing, WANG Wei, YE Xijun. Model test and theoretical analysis research on mechanical behavior of a novel bridge tower structure[J]. Science Technology and Engineering, 2012, 12(22): 5676-5679. (in Chinese)
- [6] 张洁静. 型钢混凝土高层建筑结构振动台模型试验技术研究[D]. 上海: 同济大学, 2008.
- ZHANG Jiejing. Study of shaking table testing methodology on structural model of steel reinforced concrete super-tall building[D]. Shanghai: Tongji University, 2008. (in Chinese)
- [7] 吕西林, 沈德建. 不同比例钢-混凝土混合结构高层建筑动力相似关系试验研究[J]. 地震工程与工程振动, 2008, 28(4): 50-57.
- LÜ Xilin, SHEN Dejian. Experimental study on dynamic similitude relationship of different scale steel-concrete hybrid structure models for highrise building[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2008, 28(4): 50-57. (in Chinese)
- [8] 刘旭辉, 孟宪文. 基于相似理论的钢筋混凝土建筑结构振动模态[J]. 天津理工大学学报, 2005, 21(4): 28-30.
- LIU Xuhui, MENG Xianwen. Study on vibration mode of reinforced concrete building structures based on similarity theory[J]. Journal of Tianjin University of Technology, 2005, 21(4): 28-30. (in Chinese)
- [9] 胡培民. 大型转子弯曲振动的比例模型试验分析[J]. 机械研究与应用, 1998, 11(3): 36-38.
- HU Peimin. Scale model test of bending vibration for large rotor[J]. Mechanical Research and Application, 1998, 11(3): 36-38. (in Chinese)
- [10] Baxi C B, Telengator A, Razvi J. Rotor scale model tests for power conversion unit of GT-MHR[J]. Nuclear Engineering and Design, 2012, 251(699): 344-348.
- [11] 罗忠, 闫宇龙, 韩清凯. 轴承-转子系统的动力学相似及其轴承参数的影响分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(增刊): 12-16.
- LUO Zhong, YAN Yulong, HAN Qingkai. Analysis of dynamic similarity of the rotor-bearing system and its effects of bearing parameters[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(suppl.): 12-16. (in Chinese)
- [12] 罗忠, 陈晓兵, 于清文, 等. 轴承-转子系统中滚动球轴承的动力学相似设计[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2013, 34(9): 1296-1299.
- LUO Zhong, CHEN Xiaobing, YU Qingwen, et al. Dynamic similarity design of rolling ball bearing in bearing-rotor system[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science, 2013, 34(9): 1296-1299. (in Chinese)
- [13] 陈广凯, 郭健, 时海丽, 等. 考虑局部碰摩的转子系统动力学相似研究[C]//第 11 届全国转子动力学学术讨论会论文集. 大连: 中国振动工程学会转子动力学专业委员会, 2014: 163-168.
- [14] 黄礼坤. 转子系统动力模型变态相似分析及设计方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2013.
- HUANG Likun. Research on abnormal similarity analysis and design method of dynamic model of the rotor system[D]. Changsha: Central South University, 2013. (in Chinese)
- [15] 钟一谔, 何衍宗, 王正, 等. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984.
- [16] 李红伟, 于文涛, 刘淑琴. 基于 ANSYS 的磁悬浮挠性转子模态分析与设计[J]. 中国机械工程, 2014, 25(11): 1447-1452, 1459.
- LI Hongwei, YU Wentao, LIU Shuqin. Mode analysis and design of maglev flexible rotor with ANSYS[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(11): 1447-1452, 1459. (in Chinese)
- [17] 龚建政, 钟芳明, 贺星, 等. 利用 ANSYS 和坎贝尔图对燃气轮机压气机转子模态及临界转速的分析计算[J]. 现代制造工程, 2012(4): 73-77.
- GONG Jianzheng, ZHONG Fangming, HE Xing, et al. Mode analysis and critical speed calculation on a low-pressure compressor rotor of marine gas turbine based on ANSYS[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2012(4): 73-77. (in Chinese)
- [18] 金宏伟, 孙立权. 某型风机转子临界转速计算和对中研究[J]. 汽轮机技术, 2014, 56(5): 343-344, 384.
- JIN Hongwei, SUN Liquan. Critical speed and alignment research of a certain type blower rotor[J]. Turbine Technology, 2014, 56(5): 343-344, 384. (in Chinese)
- [19] 王永亮. 滑动轴承油膜力近似解析模型研究及轴系动力稳定性分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
- WANG Yongliang. Study on approximate analytical model for fluid film force of finite length journal bearing and dynamic stability of rotor bearing system[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011. (in Chinese)